

Praktikum Spezifikation und Verifikation

1 Berechnungen mit natürlichen Zahlen - Magische Methoden

Ein Buch über die vedische Mathematik beschreibt drei Methoden, die Berechnung des Quadrats von natürlichen Zahlen zu vereinfachen:

- *MM1*: Zahlen für die das Quadrat des Vorgängers entweder bekannt oder einfach zu berechnen ist. Zum Beispiel:
Gesucht: 61^2
Gegeben: $60^2 = 3600$
Folglich: $61^2 = 3600 + 60 + 61 = 3721$
- *MM2*: Zahlen größer, aber nahe 100. Zum Beispiel:
Gesucht: 102^2
Sei $h = 102 - 100 = 2$, $h^2 = 4$
Folglich: $102^2 = (102 + h)$ um 2 Stellen nach links verschoben $+h^2 = 10404$
- *MM3*: Zahlen, die mit 5 enden. Zum Beispiel:
Gesucht: 85^2
Folglich: $85^2 = (8 * 9)$ gefolgt von $25 = 7225$
Gesucht: 995^2
Folglich: $995^2 = (99 * 100)$ gefolgt von $25 = 990025$

In dieser Übung werden wir zeigen, dass diese Methoden letztendlich gar nicht so magisch sind.

- Definieren Sie mit Hilfe von *MM1* eine primitiv rekursive Funktion *sq*, die das Quadrat einer natürlichen Zahl berechnet.

- Beweisen Sie die Korrektheit von *sq* (d.h. $sq\ n = n * n$).
- Formulieren und beweisen Sie die Korrektheit von *MM2*.
Hinweise:
 - Verallgemeinern Sie *MM2* auf eine beliebige Konstante (statt 100).
 - Allquantifizieren Sie alle Variablen ausser der Induktionsvariable.
- Formulieren und beweisen Sie die Korrektheit von *MM3*.
Hinweise:
 - Versuchen Sie die Eigenschaft ‘die mit 5 enden’ so zu formulieren, dass es einfach ist den Rest der Zahl zu erhalten.
 - Es kann hilfreich sein, zunächst die Binomische Formel für $(a + b)^2$ zu beweisen.

2 Rekursion mit pattern matching

Definieren Sie drei Versionen der “Reissverschluss” (interleaving) Funktion für Listen (d.h. die Listen $[a, b, c]$ und $[d, e, f]$ werden zu $[a, d, b, e, c, f]$):

- *intl1* primitiv rekursiv auf der ersten Liste.
- *intl2* primitiv rekursiv auf der zweiten Liste.
- *intlr* total rekursiv auf beiden Listen.

Zeigen Sie nun, dass alle drei Versionen equivalent sind.

Hinweis: Wegen *intlr* bitte lesen Sie Kapitel 3.5 über totale, rekursive Funktionen im Isabelle/HOL-Tutorial.

- ▷ **Abgabe Magische Methoden: 30. April 2003**
- ▷ **Abgabe Rekursion mit pattern matching: 07. Mai 2003**